Temat: **Sinus, cosinus, tangens i cotangens wielokrotności argumentu.**

Funkcje trygonometryczne podwojonego kąta mają następującą postać:

$$sin2\alpha = 2sin\alpha\, cos\alpha$$

$$cos2\alpha = cos^2\alpha - sin^2\alpha = 1 - 2sin^2\alpha = 2cos^2\alpha - 1$$

$$tg2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha},$$ gdy $cos\alpha \neq 0 \; i \; cos2\alpha \neq 0$

$$ctg2\alpha = \frac{ctg^2\alpha - 1}{2ctg\alpha},$$ gdy $sin\alpha \neq 0 \; i \; sin2\alpha \neq 0$

Przykład:

Wiedząc, że α należy do pierwszej ćwiartki, a $\cos 2\alpha = \frac{2}{5}$ podaj $\cos\alpha$.

Wychodzimy od tego co jest wiadome:

$$\cos 2\alpha = \frac{2}{5} = 2\cos^2\alpha - 1$$

Więc po przekształceniu

$$2\cos^2\alpha = \frac{2}{5} + 1 = \frac{7}{5}$$

$$\cos^2\alpha = \frac{7}{10}$$

Stąd $\cos\alpha = \sqrt{\frac{7}{10}}$ lub $\cos\alpha = -\sqrt{\frac{7}{10}}$, ale wiemy, że α jest kątem ostrym (należy do pierwszej ćwiartki), więc jego cosinus jest dodatni. Ostatecznie więc

$$\cos\alpha = \sqrt{\frac{7}{10}}.$$

Przykład 2.

Oblicz $\sin 120^{o}$.

Rozwiązanie:

Korzystam z $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

$$\sin 120^\circ = \sin(2\cdot 60^\circ) = 2\sin 60^\circ \cos 60^\circ \overset{\gg}{=} 2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Praca domowa

Wiedząc, że $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ i α- kąt ostry oblicz $\cos 2\alpha$ oraz $\sin 2\alpha$.